

Conception d'algorithmes de Commande par apprentissage itératif pour les systèmes perturbés

Kouki Olfa, Mnasri Chaouki, Toujeni Nizar, Gasmi Moncef

Computer Laboratory for Industrial Systems, INSAT, Carthage University

Koukiolfa43@gmail.com

Abstract : ce travail porte sur la commande robuste par apprentissage itératif des systèmes 2D répétitifs linéaires avec présences des perturbations afin de suivre un modèle de référence. Les lois de commande proposées sont itérativement mises à jour pour garantir la stabilité du système. La convergence monotonique des approches proposées sont présentées en termes des inégalités matricielles LMI.

Mots clés : commande par apprentissage itératif, commande robuste, inégalités matricielles, systèmes 2D, convergence monotonique.

I. INTRODUCTION

L'approche de commande par apprentissage itératif est une méthode qui a connu une croissance de popularité importante au cours de dernières décennies. Elle signifie la répétition de faire opérer un objectif donné d'un système et la possibilité d'améliorer l'entrée de commande en se basant sur les informations de l'opération précédente. En effet, c'est une méthode de commande récursive en ligne qui se base sur moins de calculs et nécessite moins d'informations sur la dynamique du système. L'idée est d'appliquer un algorithme simple et répétitif sur un procédé inconnu jusqu'à ce que la poursuite parfaite soit achevée.

L'ILC a été énoncée au début de l'année 1970. Une application pour l'obtention d'un brevet aux États-Unis porte sur « la commande par apprentissage itératif des actionneurs pour les systèmes électriques » a été acceptée en 1971 [1]. L'idée était de stocker un signal de commande

dans une mémoire d'un ordinateur. Un algorithme met itérativement à jour le signal d'entrée à l'aide de l'erreur entre la réponse réelle et la réponse souhaitée de l'actionneur. Dans ce brevet, les applications de la loi de commande par apprentissage sont discutées pour les unités d'entraînement électriques et les actionneurs pneumatiques. Ceci est clairement une implémentation de l'algorithme de type ILC dans un sens général. La première contribution académique de l'ILC est le papier publié par [2]. Par la suite les articles de [3], et [4] ont été indépendamment publiés, en décrivant une méthode pourrait itérativement compenser les erreurs des modèles et annuler les effets des perturbations.

Le domaine de la robotique industrielle représente le domaine le plus adéquat pour l'implémentation de l'ILC, où les séquences répétitives apparaissent dans nombreuses applications. Une grande partie des premiers travaux est consacrée à la convergence des algorithmes de l'ILC et l'analyse de robustesse. Une attention particulière est dirigée vers les systèmes linéaires et vers une classe spéciale des systèmes non linéaires représentés par des modèles dynamiques des robots, tels que par exemple dans [5] et [6]. A la fin de l'année 1990, l'accent a été mis sur la conception et la performance des algorithmes. Un exemple typique est le livre de Bien et Xu [7], qui couvre à la fois l'analyse, la conception et les applications. Une autre référence a été présentée par Longman [8], qui discute aussi les aspects pratiques de conception et de performance.

Dans [9], la formalisation de la différence entre la robustesse et la performance a été discutée. D'autres problèmes ouverts sont également présents pour dériver des méthodes générales de l'ILC ayant des signaux de référence similaires et pas identiques [9], et pour concevoir des algorithmes assez simples, robustes et avec des bonnes performances pour une utilisation industrielle [9]. Alors, le domaine de l'ILC est encore en croissance et il y a beaucoup de problèmes théoriques aussi bien que pratiques à étudier.

Au cours des vingt dernières années, un grand nombre d'algorithmes de commande ILC ont été développés. L'ILC est devenue un cadre englobant de nombreuses variétés d'approches de commande. Chacun a ses propres mérites en termes de performance telles que la convergence, la robustesse, la vitesse d'apprentissage, ou la pertinence pour les procédés spéciaux. Des contributions qui ont fourni un aperçu de l'ILC ces dernières années sont [10], [11], [12] et [13].

Les processus répétitifs représentent une classe distincte des systèmes linéaires bidimensionnels (2-D) dont la propagation de l'information s'effectue dans deux directions indépendantes [14]. Une forme populaire en littérature pour les systèmes répétitifs 2-D est introduite par [15][16] pour un système linéaire discret sans perturbations.

II. Formulation du problème

Considérons un système dynamique linéaire représenté par les équations d'état suivantes:

$$\begin{cases} \dot{x}_k(t) = Ax_k(t) + Bu_k(t) + H\omega_k(t) \\ y_k(t) = Cx_k(t) \end{cases} \quad (1)$$

Avec $t \in [0, T]$, k désigne le numéro d'itération,

$x_k(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état du système,

$y_k(t) \in \mathbb{R}^p$ est la sortie, $u_k(t) \in \mathbb{R}^{m_1}$ est la commande,

$\omega_k(t) \in \mathbb{R}^{m_2}$ présente les perturbations appliquées au

système. $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m_1}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ et

$H \in \mathbb{R}^{n \times m_2}$ sont des matrices constantes.

Le modèle de référence à suivre est donné par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_d(t) = Ax_d(t) + Bu_d(t) \\ y_d(t) = Cx_d(t) \end{cases} \quad (2)$$

Nous cherchons, dans ce travail, une commande par apprentissage itératif capable de commander le système (1) afin de suivre le modèle (2) tout en considérant que les états initiaux de deux systèmes ne doivent pas forcément être égaux.

Nous définissons $e_k(t)$ et $e_{y_k}(t)$ comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_k(t) = \dot{x}_d(t) - \dot{x}_k(t) \\ e_{y_k}(t) = y_d(t) - y_k(t) \end{cases} \quad (3)$$

Notre but est de trouver une commande mixte qui permet dans un premier lieu d'annuler l'effet des perturbations et dans un second lieu de réduire l'erreur sur la trajectoire pendant un nombre fini d'itérations. La commande proposée se compose de deux parties, la première partie est une commande robuste et la seconde est une commande par apprentissage itératif qui garantit une convergence monotonique.

$$u_k(t) = v_{1,k}(t) + v_{2,k}(t) \quad (4)$$

Où $v_{1,k}(t)$ et $v_{2,k}(t)$ représentent respectivement les parties robuste et itérative de la commande.

Dans la première itération, nous considérons que $v_{2,1}(t) = 0$ et nous appliquons seulement la commande

$v_{1,k}(t)$ afin de réduire au minimum l'effet des perturbations appliquées au système. A partir de la seconde

itération, la commande $v_{2,k}(t)$ entre en jeu.

Nous définissons la variable d'état suivante qui sera utilisée ultérieurement dans l'analyse et la synthèse de la commande robuste à apprentissage itératif :

$$\eta_{k+1}(t) = \int_0^t x_{k+1}(t) dt - \int_0^t x_k(t) dt \quad (5)$$

III. RILC DE TYPE P

La loi de commande robuste à apprentissage itératif de type P s'écrit sous la forme de l'équation (4) où :

$$\begin{cases} v_{1,k}(t) = u_d(t) + K_{rob} e_k(t) \\ v_{2,k}(t) = v_{2,k-1}(t) + K_{Piter} e_{y_{k-1}}(t) \end{cases} \quad (6)$$

Avec K_{rob} et K_{Piter} représentent respectivement des matrices de gains robuste et proportionnel à apprentissage itératif.

A l'aide de la variable d'état représentée par l'équation (5) la relation suivante est élaborée:

$$\dot{\eta}_{k+1}(t) = A\eta_{k+1}(t) + B\tilde{u}_{k+1}(t) + H\tilde{\omega}_{k+1}(t) \quad (7)$$

Avec

$$\tilde{u}_{k+1}(t) = -K_{rob}\eta_{k+1}(t) + K_{Piter}\tilde{e}_{y_k}(t) \quad (8)$$

$$\tilde{\omega}_{k+1}(t) = \int_0^t \delta\omega_{k+1}(t) dt \quad (9)$$

$$e\tilde{y}_k = \int_0^t e y_k dt \quad (10)$$

L'erreur sur la sortie pendant l'itération $k+1$ est donnée par :

$$e_{y_{k+1}} = -CA\eta_{k+1}(t) - CB\tilde{u}_{k+1}(t) + e_{y_k}(t) - CH\tilde{\omega}_{k+1}(t) \quad (11)$$

Nous définissons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\eta}_{k+1}(t) = \tilde{A}\eta_{k+1}(t) + \tilde{B}\tilde{u}_{k+1}(t) + B_0 e_{y_k}(t) + B_{11}\tilde{\omega}_{k+1}(t) \\ e_{y_{k+1}}(t) = \tilde{C}\eta_{k+1}(t) + \tilde{D}\tilde{u}_{k+1}(t) + D_0 e_{y_k}(t) + B_{12}\tilde{\omega}_{k+1}(t) \end{cases} \quad (12)$$

Avec :

$$\tilde{A} = A, \tilde{B} = B, \tilde{C} = -CA, \tilde{D} = -CB, B_0 = 0, B_{11} = H, B_{12} = -CH \text{ et } D_0 = I.$$

La fonction de Lyapunov introduite pour le système définit par l'équation (12) est décrite par l'équation (12).

$$V(k,t) = V_1(k,t) + V_2(k,t) = \eta_{k+1}^T(t) P_1 \eta_{k+1}(t) + e_{y_k}^T(t) P_2 e_{y_k}(t) \quad (13)$$

Le système linéaire décrit par l'équation (12) est stable si et seulement s'il existe deux matrices P_1 et P_2 définies positives tel que $\Delta V(k,t) < 0$.

Nous définissons la fonction d'Hamilton Bilman Jaccobi suivante :

$$\mathbb{H} = \Delta V(k,t) + e_{y_k}^T(t) e_{y_k}(t) - \gamma^2 \tilde{\omega}_{k+1}^T(t) \tilde{\omega}_{k+1}(t) \quad (14)$$

Théorème 1

Soit la loi de commande robuste et à apprentissage itératif décrit par (8) est appliquée à un système répétitif linéaire décrit par le modèle d'état (12). Alors, le système 2D est stable le long de l'itération et ayant une norme H_∞ bornée $\lambda > 0$ s'il existe les matrices $w_1 > 0$, $w_2 > 0$, et N_1 tel que la LMI décrit par (15) est vérifiée :

$$\begin{bmatrix} -w_2 & * & * & * & * & * & * \\ \ell_1 & \ell_2 & * & * & * & * & * \\ w_2 & 0 & -w_2 & * & * & * & * \\ \ell_3 & \ell_4 & 0 & -I & * & * & * \\ -(CH)^T & H^T & 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * \\ 0 & 0 & w_2 & 0 & 0 & -I & * \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned}\ell_1 &= w_1(-CA)^T - N_1^T(-CB)^T \\ \ell_2 &= w_1A^T + Aw_1 - N_1^TB^T - BN_1 \\ \ell_3 &= K_{Piter}^T(-CB)^T \\ \ell_4 &= K_{Piter}^TB^T\end{aligned}$$

Avec $w_1 = P_1^{-1}$, $w_2 = P_2^{-1}$, $w_3 = P_3^{-1}$, $w_4 = P_4^{-1}$ et
 $N_1 = K_{rob}P_1^{-1}$

Preuve:

Le système est stable si et seulement si :

$$\mathbb{H} = \begin{bmatrix} \eta_{k+1}(t) \\ e_{y_k}(t) \\ \tilde{e}_{y_k}(t) \\ \tilde{\omega}_{k+1}(t) \end{bmatrix}^T \Omega \begin{bmatrix} \eta_{k+1}(t) \\ e_{y_k}(t) \\ \tilde{e}_{y_k}(t) \\ \tilde{\omega}_{k+1}(t) \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \hat{A}_1^T P + P \hat{A}_1 + \hat{A}_2^T \bar{S} \hat{A}_2 + \bar{L}^T \bar{L} + \bar{M}^T \bar{M} - R & \bar{P} \hat{B}_1 + \hat{A}_2^T \bar{S} \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1^T \bar{P} + \hat{B}_2^T \bar{S} \hat{A}_2 & -\gamma^2 I + \hat{B}_2^T \bar{S} \hat{B}_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A} - \bar{B}K_{rob} & B_0 & \bar{B}K_{Piter} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{S} = \begin{bmatrix} P_4 & 0 & 0 \\ 0 & P_3 & 0 \\ 0 & 0 & P_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\hat{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{C} - \bar{D}K_{rob} & D_0 & \bar{D}K_{Piter} \end{bmatrix} \quad \bar{P} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\hat{B}_1 = \begin{bmatrix} B_{11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \hat{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_{12} \end{bmatrix} \quad \bar{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad \bar{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} \quad \bar{M} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (20)$$

En appliquant le lemme de Schur modifié trois fois successives à l'équation (16), ensuite en remplaçant les équations (18), (19) et (20) puis en multipliant le résultat à droite et à gauche par

$$T = \text{diag} \{ P_4^{-1}, P_3^{-1}, P_2^{-1}, P_1^{-1}, P_2^{-1}, I, I, I, I \}, \text{ enfin en}$$

éliminant les deux premières lignes et les deux premières colonnes et la preuve est complète.

IV. RILC DE TYPE D

La loi de commande robuste à apprentissage itératif de type D s'écrit sous la forme de l'équation (4) où :

$$\begin{cases} v_{1,k}(t) = u_d(t) + K_{rob}e_k(t) \\ v_{2,k}(t) = v_{2,k-1}(t) + K_{Diter}\dot{e}_{y_{k-1}}(t) \end{cases} \quad (21)$$

Le système décrit par l'équation (12) est commandé par la loi de commande suivante :

$$\tilde{u}_{k+1}(t) = -K_{rob}\eta_{k+1}(t) + K_{Diter}e_{y_k}(t) \quad (22)$$

Théorème 2: Soit la loi de commande robuste et à apprentissage itératif décrit par (22) est appliquée à un système répétitif linéaire décrit par le modèle d'état (12). Alors, le système 2D est stable tout au long de l'itération et ayant une norme H_∞ bornée $\lambda > 0$ s'il existe les matrices $Y_1 \succ 0$, $Y_2 \succ 0$, Z_1 et Z_2 tel que la LMI décrit par (23) est vérifiée :

$$\begin{bmatrix} -Y_2 & (*) & (*) & (*) & (*) \\ \partial_1 & \partial_2 & (*) & (*) & (*) \\ \partial_3 & Z_2^T B^T & -Y_2 & (*) & (*) \\ (-CH)^T & H^T & 0 & -\gamma^2 I & (*) \\ 0 & 0 & Y_2 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

Avec :

$$\begin{aligned}\partial_1 &= Y_1(-CA)^T - Z_1^T(-CB)^T \\ \partial_2 &= Y_1A^T + AY_1 - Z_1^TB^T - BZ_1 \\ \partial_3 &= Y_2 + Z_2^T(-CB)^T\end{aligned}$$

$$Y_1 = P_1^{-1}, Y_2 = P_2^{-1}, Y_3 = P_3^{-1}, Z_1 = K_{rob}P_1^{-1} \text{ et}$$

$$Z_2 = K_{Diter}P_2^{-1}$$

Preuve

Le système est stable si et seulement si :

$$\mathbb{H} = \begin{bmatrix} \eta_{k+1}(t) \\ e_{y_k}(t) \\ \tilde{\omega}_{k+1}(t) \end{bmatrix}^T \Omega \begin{bmatrix} \eta_{k+1}(t) \\ e_{y_k}(t) \\ \tilde{\omega}_{k+1}(t) \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

Avec :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \hat{A}_1^T P + P \hat{A}_1 + \hat{A}_2^T \bar{S} \hat{A}_2 + \bar{L}^T \bar{L} - R & \bar{P} \hat{B}_1 + \hat{A}_2^T \bar{S} \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1^T \bar{P} + \hat{B}_2^T \bar{S} \hat{A}_2 & -\gamma^2 I + \hat{B}_2^T \bar{S} \hat{B}_2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A} - \bar{B} K_{rob} & B_0 + \bar{B} K_{Diter} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{S} = \begin{bmatrix} P_3 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \hat{B}_1 = \begin{bmatrix} B_{11} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\hat{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{C} - \bar{D} K_{rob} & D_0 + \bar{D} K_{Diter} \end{bmatrix} \hat{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{12} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \text{ et } \bar{L} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \quad (28)$$

En appliquant le lemme de Schur modifié deux fois successives à l'équation (25) ensuite en remplaçant les équations (26), (27) et (28) dans le résultat puis en multipliant le résultat à droite et à gauche par $T = \text{diag}\{P_3^{-1}, P_2^{-1}, P_1^{-1}, P_2^{-1}, I, I\}$ enfin en remplaçant les variables par ses expressions et la preuve est complète.

V. RILC DE TYPE PD

La loi de commande robuste à apprentissage itératif de type PD s'écrit sous la forme de l'équation (4) où :

$$\begin{cases} v_{1,k}(t) = u_d(t) + K_{rob} e_k(t) \\ v_{2,k}(t) = v_{2,k-1}(t) + K_{Piter} e_{y_{k-1}}(t) + K_{Diter} \dot{e}_{y_{k-1}}(t) \end{cases} \quad (29)$$

Avec K_{rob} , K_{Piter} et K_{Diter} représentent respectivement des matrices de gains robuste et proportionnel-dérivé à apprentissage itératif.

L'élaboration de la loi de commande passe par la détermination des gains K_{rob} , K_{Piter} et K_{Diter} .

La loi de commande appliquée au système (12) est donnée par l'équation suivante :

$$\tilde{u}_{k+1}(t) = -K_{rob} \eta_{k+1}(t) + K_{Piter} \tilde{e}_{y_k}(t) + K_{Diter} e_{y_k}(t) \quad (30)$$

Dans le but d'achever les performances désirées, la loi de commande proposée est appliquée au système en vérifiant le théorème suivant.

Théorème 3

Soit la loi de commande robuste et à apprentissage itératif décrit par (30) est appliquée à un système répétitif linéaire décrit par le modèle d'état (12). Alors, le système 2D est stable tout au long de l'itération et ayant une norme H_∞ bornée $\lambda > 0$ s'il existe les matrices $w_1 > 0$, $w_2 > 0$, N_1 et N_2 tel que la LMI décrit par (31) est vérifiée :

$$\begin{bmatrix} -w_2 & * & * & * & * & * & * \\ \delta_1 & \delta_2 & * & * & * & * & * \\ \delta_3 & N_2^T B^T & -w_2 & * & * & * & * \\ \delta_4 & K_{Piter}^T B^T & 0 & -I & * & * & * \\ -(CH)^T & H^T & 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * \\ 0 & 0 & w_2 & 0 & 0 & -I & * \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

Avec : $w_1 = P_1^{-1}$, $w_2 = P_2^{-1}$, $w_3 = P_3^{-1}$, $w_4 = P_4^{-1}$,
 $N_1 = K_{rob} P_1^{-1}$ et $N_2 = K_{Diter} P_2^{-1}$

$$\begin{aligned} \delta_1 &= w_1 (-CA)^T - N_1^T (-CB)^T \\ \delta_2 &= w_1 A^T + A w_1 - N_1^T B^T - B N_1 \\ \delta_3 &= N_2^T (-CB)^T + w_2 \\ \delta_4 &= K_{Piter}^T (-CB)^T \end{aligned}$$

Preuve

Le système est stable si et seulement si :

$$\mathbb{H} = \begin{bmatrix} \eta_{k+1}(t) \\ e_{y_k}(t) \\ \tilde{e}_{y_k}(t) \\ \tilde{\omega}_{k+1}(t) \end{bmatrix}^T \Omega \begin{bmatrix} \eta_{k+1}(t) \\ e_{y_k}(t) \\ \tilde{e}_{y_k}(t) \\ \tilde{\omega}_{k+1}(t) \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

Avec:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \hat{A}_1^T P + P \hat{A}_1 + \hat{A}_2^T \bar{S} \hat{A}_2 + \bar{L}^T \bar{L} + \bar{M}^T \bar{M} - R & \bar{P} \hat{B}_1 + \hat{A}_2^T \bar{S} \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1^T \bar{P} + \hat{B}_2^T \bar{S} \hat{A}_2 & -\gamma^2 I + \hat{B}_2^T \bar{S} \hat{B}_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A} - \bar{B} K_{rob} & \bar{B} K_{Diter} + B_0 & \bar{B} K_{Piter} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{S} = \begin{bmatrix} P_4 & 0 & 0 \\ 0 & P_5 & 0 \\ 0 & 0 & P_2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\hat{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{C} - \bar{D} K_{rob} & \bar{D} K_{Diter} + D_0 & \bar{D} K_{Piter} \end{bmatrix} \quad \hat{B}_1 = \begin{bmatrix} B_{11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \hat{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_{12} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{L} = [0 \quad I \quad 0] \quad (36)$$

En appliquant le lemme de Schur modifié trois fois successives à l'équation (33) ensuite en remplaçant les équations (34), (35) et (36) dans le résultat puis en multipliant le résultat à droite et à gauche par $T = \text{diag} \{P_4^{-1}, P_3^{-1}, P_2^{-1}, P_1^{-1}, P_2^{-1}, I, I, I, I\}$ enfin en remplaçant les variables par ses expressions et la preuve est complète.

VI. RESULTATS DE SIMULATION

Pour la validation de notre approche de commande robuste à apprentissage itératif nous choisissons une machine synchrone à aimant permanent. Le système mécanique proposé est un système à deux masses jointes par un arbre avec une rigidité variable bornée. La première masse est reliée au rotor tandis que la deuxième représente la charge mécanique.

Les deux masses (inerties) sont représentées par J_m, f_m et J_l, f_l . Chacune des inerties est mise en mouvement par un couple (C_{em} et C_T) à une vitesse donnée (ω_m et ω_l). Un

dernier couple résistif est présent comme la somme $C_l + C_r$. C_l est la partie de ce couple généré par le frein à poudre. C_r ajoute à ce modèle les frottements secs présents dans tout système mécanique. Le modèle considéré pour l'étude est linéaire. Les frottements non linéaires sont donc négligés car l'étude s'intéresse à compenser les effets de la variation des paramètres de la charge mécanique (raideur K_T , frottement visqueux f_l et inertie J_l de la charge) [17].

La modélisation du système est donnée par la représentation d'état suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{w}_m \\ \dot{w}_l \\ \Delta \dot{\theta} \\ \dot{x}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_m / j_m & 0 & -K_T / j_m & 0 \\ 0 & -f_l / j_l & K_T / j_l & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_m \\ w_l \\ \Delta \theta \\ x_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 / j_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} C_{em} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 / j_l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} C_r$$

$$y = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0) (w_m \quad w_l \quad \Delta \theta \quad x_i)^T$$

Les valeurs des paramètres du système sont décrites dans le tableau suivant:

Tableau.I. Les valeurs des paramètres du système

$f_m(Nm.rd.s^{-1})$	$f_l(Nm.rd.s^{-1})$	$J_m(Kg.m^2)$	$J_l(Kg.m^2)$	$K_T(Nm.rd^{-1})$
0.0026	0.0036	0.00728	0.00192	0.003

Le signal de commande du modèle de référence est représenté par l'équation suivante : $u_d(t) = 2 |\sin(2\pi t)|$

Le signal de perturbation est égal à 10% de l'entrée de commande du modèle de référence telle que l'équation suivante : $w_k(t) = 0.2 |\sin(2\pi t)|$

Nous prenons comme conditions initiales :

$$x_k(0) = 0.1, \quad x_d(0) = 0$$

Les figures 1 et 2 montrent que la sortie réelle suit la sortie du modèle du référence durant les itérations pour l'algorithme de commande par apprentissage itératif de type proportionnel (respectivement 4 et 5 pour la commande ILC de type Dérivé et 7 et 8 pour la commande ILC de type Proportionnel Dérivé). Les figures 4, 6 et 8 montrent que l'erreur décroît d'une itération à une itération jusqu'à elle s'annule pour chaque approche de commande.

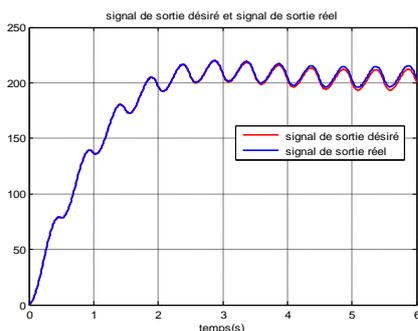


Fig 1. Résultats de simulation à l'itération 1 de l'approche P: Sortie

$$y_k(t) \text{ et sortie désirée } y_d(t),$$

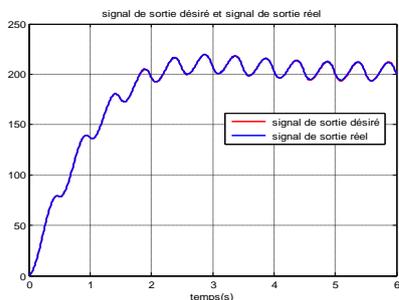


Fig 2. Résultats de simulation à l'itération 15 de l'approche P: Sortie

$$y_k(t) \text{ et sortie désirée } y_d(t),$$

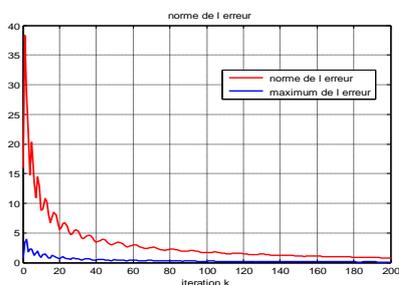


Fig 3. la norme de l'erreur $\|e(t, k)\|_2$ et le maximum de l'erreur $\|e(t, k)\|$.

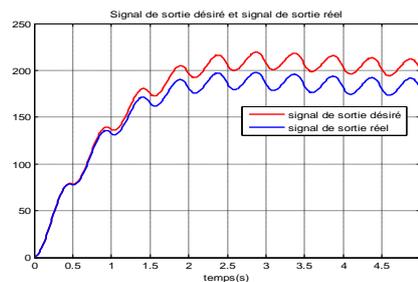


Fig 4. Résultats de simulation à l'itération 1 de l'approche D: Sortie

$$y_k(t) \text{ et sortie désirée } y_d(t),$$

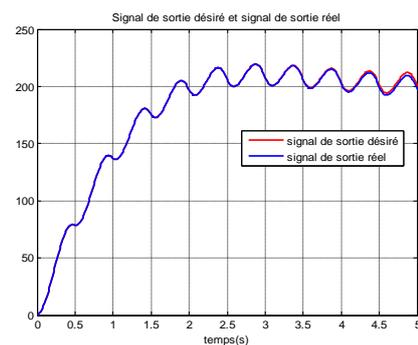


Fig 5. Résultats de simulation à l'itération 15 de l'approche D: Sortie

$$y_k(t) \text{ et sortie désirée } y_d(t),$$

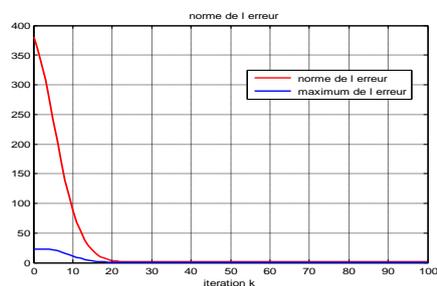


Fig 6. la norme de l'erreur $\|e(t, k)\|_2$ et le maximum de l'erreur $\|e(t, k)\|$.

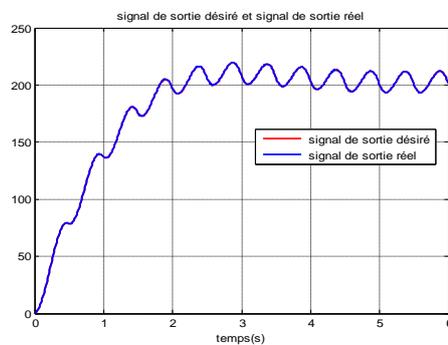


Fig 7. Résultats de simulation à l'itération 1 de l'approche PD: Sortie

$$y_k(t) \text{ et sortie désirée } y_d(t),$$

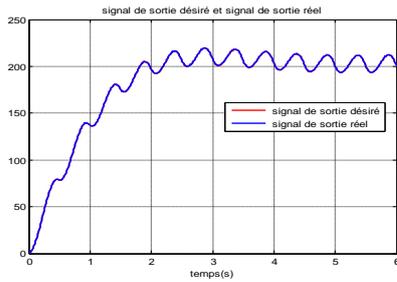


Fig 8. Résultats de simulation à l'itération 15 de l'approche PD: Sortie

$$y_k(t) \text{ et sortie désirée } y_d(t),$$

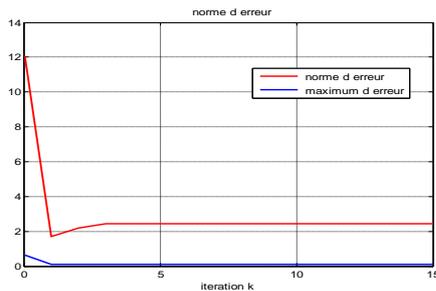


Fig 9. La norme de l'erreur $\|e(t, k)\|_2$ et le maximum de l'erreur $\|e(t, k)\|$.

VII. CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce travail l'approche de commande par apprentissage itératif robuste d'un système linéaire continue avec la considération d'une perturbation externe. Nous avons élaboré trois types de correcteurs RILC : le correcteur proportionnel, le correcteur dérivé et le correcteur proportionnel dérivé. L'analyse et la synthèse de la loi de commande est basée sur l'approche H_∞ reliée aux techniques de résolution LMI. Nous avons utilisé un exemple académique pour montrer l'efficacité et la simplicité de notre approche de commande itérative robuste. Nous avons montré que le système est stable tout au long des itérations et que la convergence est achevée dans un nombre très réduit d'itérations.

REFERENCES

[1]: Murray Garden. "Learning control of actuators in control systems". United States Patent 0355252. Leeds & Northrup Company, Philadelphia, USA, January 1971.
 [2]:YuangQuan Chen and Kevin L. Moore. Comments on United States Patent 355252 — learning control of actuators in control systems. In Proceedings of The Sixth International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Singapore, Singapore, December 2000.

[3]Masaru Uchiyama. *Formulation of high-speed motion pattern of a mechanical arm by trial*. Transactions on Society of Instrumentation and Control Engineering, 14(6):706–712, 1978. Published in Japanese.
 [4]:Suguru Arimoto, Sadao Kawamura, and Fumio Miyazaki." *Bettering operation of robots by learning*". Journal of Robotic Systems, 1(2):123–140, 1984.
 [5]:John J. Craig. « *Adaptive control of manipulators through repeated trials* ». In Proceedings of American Control Conference, pages 1566–1572, San Diego, CA, USA, June 1984.
 [6]:Masaki Togai and Osamu Yamano. *Analysis and design of an optimal learning control scheme for industrial robots: a discrete system approach*. In Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control, pages 1399–1404, Ft. Lauderdale, FL, USA, December 1985.
 [7]:Sadao Kawamura, Fumio Miyazaki, and Suguru Arimoto. "Realization of robot motion based on a learning method". IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 18(1):126–134, January 1988.
 [8]:Jian-Xin Xu and Zenn Z. Bien. "The frontiers of iterative learning control". In Zeungnam Bien and Jian-Xin Xu, editors, Iterative Learning Control: Analysis, Design, Integration and Applications, pages 9–35. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, USA, 1998.
 [9]: Richard W. Longman. "Iterative learning control and repetitive control for engineering practice". International Journal of Control, 73(10):930–954, July 2000.
 [10]:F. Bouakrif, "Iterative Learning Control for Strictly Unknown Nonlinear Systems Subject to External Disturbances", International Journal of Control, Automation, and Systems, vol. 9, no. 4, pp.642-648, 2011.
 [11]:Y. Liu and Y. Jia, "Formation Control of Discrete-Time Multi-Agent Systems by Iterative Learning Approach", International Journal of Control, Automation, and Systems, vol. 10, no. 5, pp.913-919, 2012.
 [12]:A Madady, "An Extended PID Type Iterative Learning Control", International Journal of Control, Automation, and Systems, vol. 11, no. 3, pp.470-481, 2013
 [13]:J. Skultéty, E. Miclovicová and R. Bars, "Feedforward Control Design Based on Laguerre Network Modelling", International Review of Automatic Control vol 7, no 5, pp.461-466, 2014.
 [14]:Dridi Jamel, Ben attia Selma, Salhi Salah et Ksouri Mekki, "Repetitive Processes Based Iterative Learning Control Designed by LMI's", International Scholarly Research Network ISRN Applied Mathematics, 2012.
 [15]: Lukasz Hladowski, Krzysztof G., Zhonglun C., Eric R., Chris T. F. et Paul L. L., "A 2D Systems Approach to Iterative Learning Control for Discrete Linear Processes with Zero First Markov Parameter, Symposium on Learning Control", at IEEE CDC, 2009.
 [16] Li Zhifu, Yuan Peng, Hu Yueming, Guo Qiwei, Ma Ge, "LMI Approach to Robust Monotonically Convergent Iterative Learning Control for Uncertain Linear Discrete time Systems," Proceedings of the 31st Chinese Control Conference, Hefei, China, 2012.
 [17]:Carriere S, « Synthèse croisée de régulateurs et d'observateurs pour le contrôle robuste de la machine synchrone, PhD, Université de Toulouse, France, 2010.