

Evaluation des Modèles de Turbulence dans un Jet Turbulent Débouchant dans un Co-courant d'Air: Concept de Génération d'Entropie

Mohamed Hichem Gazzah¹, Lotfi Brahim², Hafedh Belmabrouk¹

¹LEμE, Faculté des Sciences de Monastir, Université de Monastir, Tunisie.

hichem.gazzah@fsm.rnu.tn

²Département de Génie Mécanique, ISET Sousse, Tunisie

Résumé – Dans ce papier, nous avons rappelé les équations des écoulements turbulents en situation à forte variation de densité. Nous avons présenté aussi les résultats d'une étude numérique de l'influence des modèles dynamiques de la turbulence : modèle de fermeture du premier ordre et du second ordre. Les évolutions des grandeurs moyennes et fluctuantes sont étudiées et analysées tout en les comparant avec les données expérimentales trouvées dans la littérature. Les résultats ont montré que le modèle du second ordre prédit un minimum de génération d'entropie par rapport au modèle du premier ordre.

Mots clés – jet; turbulence; modèle du premier ordre; modèle du second ordre; génération d'entropie

I. INTRODUCTION

Nous étudions dans ce papier numériquement un jet chauffé rond, turbulent et débouchant dans un co-courant d'air. Les jets turbulents interviennent généralement dans plusieurs systèmes industriels. L'étude expérimentale et numérique de ces jets, est motivée entre autres par le souci de respecter l'environnement, et ce, en réduisant la formation des polluants et en économisant l'énergie.

Ces dernières années, l'attention des chercheurs en thermique est de plus en plus focalisée sur l'utilité du concept de génération d'entropie dans de nombreuses applications, telles que celles des moteurs à combustion et des systèmes de transfert de chaleur par convection. Bejan [1, 2] a mené un vaste travail théorique basé sur l'analyse, et à minimiser la génération d'entropie dans les processus d'écoulement des fluides. Il a montré que le taux de production d'entropie peut être utilisé comme un outil efficace pour la conception optimale des systèmes thermiques. Som et Datta [3] a étudié l'irréversibilité thermodynamique dans le processus de combustion de combustibles gazeux, liquides et solides. Dans un écoulement de convection naturel et mixte, Oztop et Al - Salem [4] ont étudié la génération d'entropie dans des enclos. Le résultat important qui peut être tiré de ces travaux est que les principales raisons de la génération d'entropie sont le transfert de chaleur et le frottement du fluide. Ko et Wu [5] ont mis l'accent sur les effets des rapports d'aspect sur la

production d'entropie, induits par convection forcée turbulente dans les conduits rectangulaires avec courbure. Ils ont proposé un rapport d'aspect optimal basé sur le principe de minimisation de la production d'entropie. Gazzah et Belmabrouk [6, 7] ont étudié la génération d'entropie dans les jets turbulents en présence du co-courant. Le résultat important qui peut être tiré de ces travaux est que les principales raisons de la génération d'entropie sont le transfert de chaleur et le frottement du fluide. De plus, le taux de production d'entropie totale augmente dans trois cas : L'augmentation de la température du jet d'air chaud à l'entrée, la diminution de la vitesse du co-courant et augmentation des angles de déviation du co-courant.

Dans ce papier, nous cherchons à évaluer deux modèles de turbulence, l'un du premier ordre ($k-\epsilon-f''^2$) et l'autre du second ordre (RSM), dans un jet turbulent débouchant dans un co-courant d'air. La méthode des volumes finis de Pantakar [8] est utilisée pour résoudre numériquement les équations différentielles. L'influence des modèles de turbulence sur les divers paramètres physiques est analysée en comparaison avec les données expérimentales de Djeridane [9]. Le concept de minimisation de l'entropie sur le choix du modèle de fermeture de la turbulence est introduit.

II. FORMULATION THÉORIQUE DU PROBLÈME

Nous allons utiliser la décomposition de Favre. Une grandeur turbulente Φ est ainsi décomposée en une grandeur moyenne et en une grandeur fluctuante :

$$\Phi = \tilde{\Phi} + \Phi'' \quad ; \quad \tilde{\Phi} = \frac{\rho\Phi}{\bar{\rho}} \quad \text{et} \quad \tilde{\Phi}'' = 0 \quad (1)$$

Les équations moyennées qui gouvernent un écoulement de jet turbulent sont ensuite écrites :

Equation moyenne de conservation de la masse

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{U}_j) = 0 \quad (2)$$

Equation moyenne de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{U}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{U}_i\tilde{U}_j) = \bar{\rho}g_i - \frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i''u_j''}) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\bar{\mu}\left(\frac{\partial\tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{U}_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\bar{\mu}\frac{\partial\tilde{U}_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] \quad (3)$$

Equation moyenne de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{T}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{T}\tilde{U}_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\frac{\lambda}{\rho C_p}\frac{\partial\tilde{T}}{\partial x_j}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_j''\tilde{T}}) \quad (4)$$

L'équation d'état

$$\rho = pM / RT \quad (5)$$

A. Fermeture du système d'équations

Parmi les modèles de fermeture statistique en un point, on peut dégager deux grandes classes de schémas. Dans ce papier, on propose deux modèles de turbulence, à savoir :

- Un modèle de premier ordre: modèle $k-\varepsilon-f''^2$
- Un modèle de second ordre : modèles aux tensions de Reynolds, $R_{ij}-\varepsilon$

1. Modèles du premier ordre : ($k-\varepsilon-f''^2$)

Ce modèle relie les tensions de Reynolds ($\overline{\rho u_i''u_j''}$) au gradient de la vitesse moyenne et à la viscosité de la turbulence.

$$\overline{\rho u_i''u_j''} = -\mu_t\left(\frac{\partial\tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\tilde{U}_j}{\partial x_i}\right) + \frac{2}{3}\bar{\rho}k\delta_{ij} \quad (6)$$

De même, pour le flux turbulent du scalaire. Soit :

$$\overline{\rho u_i''f''} = -\frac{\mu_t}{Pr_t}\frac{\partial\tilde{F}}{\partial x_i} \quad (7)$$

La viscosité turbulente μ_t est définie par :

$$\mu_t = \bar{\rho}C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon} \quad (8)$$

Ces équations k et ε sont :

- Equation de l'énergie cinétique de turbulence

$$\frac{\partial\bar{\rho}k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{U}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right) - \overline{\rho u_i''u_j''}\frac{\partial\tilde{U}_i}{\partial x_j} - \beta g\overline{\rho f''^2} - \bar{\rho}\varepsilon \quad (9)$$

- Equation du taux de la dissipation

$$\frac{\partial\bar{\rho}\varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial\bar{\rho}\tilde{U}_j\varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}\right) + C_{e1}P_k\frac{\varepsilon}{k} - C_{e2}\bar{\rho}\frac{\varepsilon^2}{k} \quad (10)$$

- Equation modélisée pour la variance du scalaire

$$\frac{\partial(\overline{\rho f''^2})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{\rho f''^2}\tilde{U}_k) = \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_{f''^2}}\frac{\partial\overline{\rho f''^2}}{\partial x_k}\right) - 2\overline{\rho u_k''f''}\frac{\partial\tilde{F}}{\partial x_k} - \rho\varepsilon_{f''^2} \quad (11)$$

Les constantes utilisées dans ce modèle ont été calibrées pour les écoulements incompressibles et axisymétriques et sont données sur le Tableau 1 :

TABLEAU 1. CONSTANTES DU MODÈLE $k-\varepsilon-f''^2$

C_μ	$C_{\varepsilon,1}$	$C_{\varepsilon,2}$	$C_{\varepsilon,3}$	σ_k	σ_ε	σ_g	σ_F
0.06	1.44	1.92	1.92	1.00	1.30	0.7	0.7

2. Modèle de turbulence du second ordre

Les équations de bilan des tensions de Reynolds sont:

$$\frac{\partial\overline{\rho u_i''u_j''}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\tilde{U}_k\overline{\rho u_i''u_j''}) = P_{ij} + G_{ij} + D_{ij} + p\left(\frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j''}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\bar{\rho}\varepsilon\delta_{ij} \quad (12)$$

Les termes P_{ij}, G_{ij}, D_{ij} et $p\left(\frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j''}{\partial x_i}\right)$ sont

respectivement les termes de production qui sont dus aux gradients moyens, à la production à la gravité, à la diffusion et à la corrélation pression-déformation.

$$P_{ij} = -(\overline{\rho u_i''u_k''})\frac{\partial\tilde{U}_j}{\partial x_k} - (\overline{\rho u_j''u_k''})\frac{\partial\tilde{U}_i}{\partial x_k} \quad (13)$$

$$G_{ij} = -\beta(g_i\overline{\rho u_j''f''} + g_j\overline{\rho u_i''f''}) \quad (14)$$

$$D_{ij} = C_s\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\left(\frac{k}{\varepsilon}(\overline{\rho u_k''u_l''}) + \bar{\rho}\delta_{kl}v\right)\frac{\partial(\overline{\rho u_i''u_j''})}{\partial x_l}\right] \quad (15)$$

Le terme corrélation pression-déformation

$p\left(\frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j''}{\partial x_i}\right)$ se décompose en trois termes :

$$p\left(\frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j''}{\partial x_i}\right) = \phi_{ij}^I + \phi_{ij}^{II} + \phi_{ij}^{III} \quad (16)$$

Le terme de retour à l'isotropie est :

$$\phi_{ij}^I = -C_1 \bar{\rho} \varepsilon \left(\frac{\overline{\rho u_i'' u_j''}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) : \quad (17)$$

Le terme rapide est :

$$\phi_{ij}^{II} = -C_2 \left(P_{ij} - \frac{1}{3} P_{kk} \delta_{ij} \right) : \quad (18)$$

Le terme de flottabilité est :

$$\phi_{ij}^{III} = -C_3 \left(G_{ij} - \frac{1}{3} G_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (19)$$

- Les équations des flux scalaires sont :

$$\frac{\partial (\overline{\rho u_i'' f''})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\tilde{U}_k \overline{\rho u_i'' f''}) = P_i + G_i + D_i + p' \frac{\partial f''}{\partial x_i} \quad (20)$$

La production due aux gradients moyens est définie par :

$$P_i = -\overline{\rho u_k'' f''} \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_k} - \overline{\rho u_i'' u_k''} \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x_k} \quad (21)$$

La production due à la flottabilité, est définie par :

$$G_i = -\beta g_i \overline{\rho f''^2} \quad (22)$$

Le terme de diffusion est modélisé en utilisant la relation :

$$D_i = C_{sf} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{k}{\varepsilon} \overline{\rho u_k'' u_i''} \frac{\partial \overline{\rho u_i'' f''}}{\partial x_i} \right) \quad (23)$$

$p' \frac{\partial f''}{\partial x_i}$ se décompose en trois contributions:

$$p' \frac{\partial f''}{\partial x_i} = \phi_{i,1} + \phi_{i,2} + \phi_{i,3} \quad (24)$$

Le terme de retour à l'isotropie est :

$$\phi_{i,1} = -C_{1f} \frac{\varepsilon}{k} \overline{\rho u_i'' f''} + C'_{1f} \frac{\varepsilon}{k} b_{ik} \overline{\rho u_k'' f''} \quad (25)$$

où b_{ik} est le tenseur de l'anisotropie.

Le terme rapide est :

$$\phi_{i,2} = 0,8 \overline{\rho u_k'' f''} \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_k} - 0,2 \overline{\rho u_k'' f''} \frac{\partial \tilde{U}_k}{\partial x_i} \quad (26)$$

Le terme de flottabilité est :

$$\phi_{i,3} = -C_{3f} G_i = C_{3f} \beta g_i \overline{\rho f''^2} \quad (27)$$

Les constantes utilisées dans ce modèle sont données dans le Tableau 2 :

TABLEAU 2. CONSTANTES DU MODÈLE DU SECOND ORDRE

C_1	α	C_3	C_s	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	C_{1f}	C'_{1f}	C_{3f}	C_{3f}
2.3	0.6	0.5	0.22	1.45	1.90	5.7	-6.1	0.33	0.22

B. Taux de dissipation du scalaire

Le taux de dissipation scalaire ε_f est modélisé en supposant que les échelles de vitesse et scalaire sont proportionnelles avec un rapport de 2.

$$\varepsilon_f = 2 f''^2 \frac{\varepsilon}{k} \quad (28)$$

C. Taux de génération d'entropie locale

Lorsque les champs de température et de vitesse sont connus et en se basant sur le second principe de la thermodynamique, le taux de production d'entropie volumétrique à chaque point dans le fluide peut être calculé comme suit:

$$S_{gen} = (S_{gen})_{cond} + (S_{gen})_{frot} \quad (29)$$

où $(S_{gen})_{cond}$ et $(S_{gen})_{frot}$ représentent les taux de production d'entropie volumétriques dus au transfert de chaleur et au frottement du fluide, respectivement. Ils sont donnés par:

$$(S_{gen})_{cond} = \frac{K_{eff}}{\tilde{T}^2} \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) \text{ et } (S_{gen})_{frot} = 2 \frac{\mu_{eff}}{\tilde{T}} (S_{ij} S_{ij}) \quad (30)$$

où S_{ij} , désigne le tenseur de déformation des vitesses.

Le taux de production totale d'entropie $\dot{S}_{gen} (WK^{-1})$ dû au transfert de chaleur et au frottement du fluide dans le système de jet sur le volume V peut être calculé de la manière suivante:

$$\dot{S}_{gen} = \int_V (S_{gen})_{cond} dV + \int_V (S_{gen})_{frot} dV \quad (31)$$

où, $dV = r dr d\theta dz$ est le volume de l'élément du domaine d'intérêt.

III. MÉTHODE NUMÉRIQUE

La résolution numérique des équations gouvernant les jets turbulents ronds est obtenue en utilisant la méthode des volumes finis de Patankar [8]. Les conditions aux limites et La méthode de la résolution sont rappelées dans Gazzah et Belmabrouk [7].

IV. DISCUSSION DES RÉSULTATS

Une étude numérique a été réalisée sur un jet turbulent isotherme et chauffé débouchant dans un co-courant d'air. Les quantités calculées, telles que les quantités moyennes et fluctuantes sont validées et discutées en comparaison avec les

mesures de Djeridane [9]. Les températures des jets utilisées à l'entrée ont des valeurs, $T_j = 298, 315$ et 500 K et la valeur du rapport de vitesse du co-courant par rapport à la vitesse du jet est $U_{co}/U_j = 0.1$.

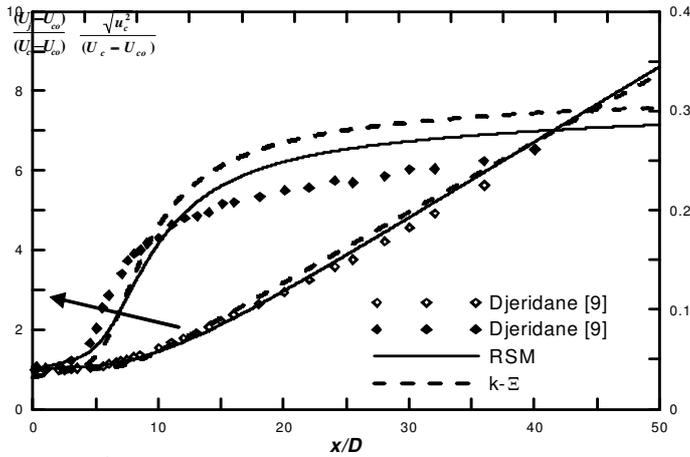


FIGURE 1. Évolution axiale de la vitesse moyenne sur l'axe et de l'intensité de fluctuation de vitesse longitudinale pour le cas du jet d'air isotherme ($T_j=298$ K).

La Figure 1 représente l'évolution de la vitesse moyenne sur l'axe $(U_j - U_{co})/(U_c - U_{co})$ en fonction de la distance normalisée x/D . Les résultats obtenus, en utilisant les deux modèles de turbulence révèlent un accord satisfaisant avec les mesures expérimentales de Djeridane [9]. La Figure 1 présente aussi les profils axiaux des intensités de fluctuation de vitesse sur l'axe du jet. Les résultats prédits obtenus par les deux modèles de turbulence s'accordent avec les données expérimentales de Djeridane [9] et en particulier, avec le modèle du second ordre. On voit que l'intensité de la fluctuation de vitesse, est légèrement surestimée par le modèle du second ordre, tandis que, pour le modèle du premier ordre, l'intensité de la fluctuation de vitesse est fortement surestimée. Cela est évident puisque le modèle $k-\epsilon$ est un modèle isotrope qui surestime l'intensité de fluctuation de vitesse.

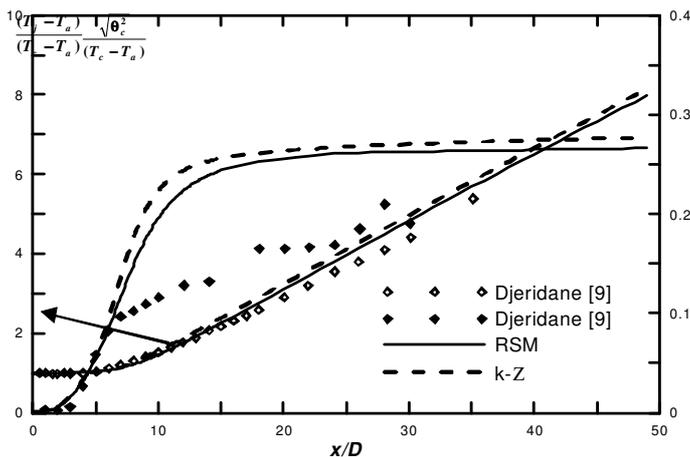


FIGURE 2. Évolution axiale de la température moyenne et de l'intensité fluctuante de la température pour le cas du jet d'air faiblement chauffé ($T_j=315$ K).

La Figure 2 présente la variation de la température moyenne sur l'axe, avec les deux modèles de turbulence, en fonction de la distance normalisée x/D . L'évolution axiale de la température moyenne présente le paramètre le plus important qui influe sur les caractéristiques des jets. La diminution de cette quantité est la conséquence de la variation de tous les paramètres du jet par l'effet des variations de densité. Les résultats prédits en utilisant les deux modèles de turbulence sont en très bon accord avec les données expérimentales de Djeridane [9]. La Figure 2 présente aussi l'évolution axiale de l'intensité fluctuante de la température sur l'axe du jet avec les deux modèles de turbulence. Les résultats obtenus par les deux modèles de turbulence sont en accord avec les mesures expérimentales de Djeridane [9], et en particulier avec le modèle du second ordre. On voit que l'intensité fluctuante de la température est légèrement imprévue par le modèle du second ordre, tandis que pour le modèle du premier ordre, l'intensité fluctuante de la température est peu surestimée. Cela est évident car le modèle $k-\epsilon$ est un modèle isotrope qui surestime l'intensité fluctuante du scalaire. Gazzah et al. [10] ont observé le même comportement et a conclu que cet écart n'est pas dû au fait que le modèle donne des résultats insatisfaisants, c'est plutôt l'anisotropie qui est mal prédite.

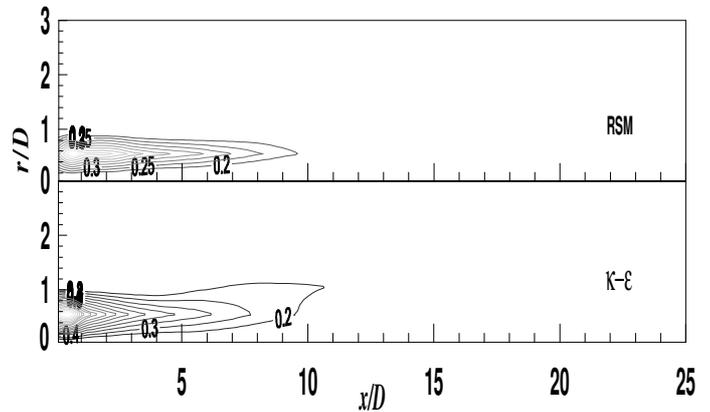


FIGURE 3. Lignes des contours de la production d'entropie locale calculées par les deux modèles de turbulence dans le cas du jet d'air fortement chauffé ($T_j=500$ K).

La Figure 3 présente les lignes des contours de la production d'entropie locale pour les deux modèles de turbulence. Dans tous les deux cas, les lignes des contours de la production d'entropie locale sont très denses près de la sortie de la buse et ont des valeurs élevées. Ceci indique que la dissipation visqueuse est importante à proximité de la sortie de la buse et devient négligeable dans la région d'affinité du jet. En effet, la couche du mélange s'étend le long de la direction du jet et le gradient de température diminue graduellement dans la région de l'affinité du jet. Une comparaison minutieuse des régions à proximité de la sortie de la buse en rapport avec les deux cas, nous révèle que les valeurs élevées de la production d'entropie locale correspondent au modèle de fermeture du premier ordre de la turbulence.

V. CONCLUSION

Un jet turbulent avec co-courant a été étudié théoriquement et numériquement avec deux modèles de fermeture de la turbulence: un modèle du premier ordre et un modèle du second ordre. Les résultats des calculs montrent que les deux modèles prédisent qualitativement le comportement des jets avec co-courant d'air. Les prédictions concordent avec l'étude expérimentale trouvée dans la littérature. Les résultats ont montré que le modèle du second ordre prédit un minimum de génération d'entropie par rapport au modèle du premier ordre.

REFERENCES

- [1] A. Bejan, "Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow," Wiley, New York, 1982.
- [2] A. Bejan, "Entropy generation minimization," CRC Press, New York, 1995.
- [3] S.K. Som, and A. Datta, "Thermodynamic irreversibilities and exergy balance in combustion processes," Prog. Energy Combust. Sci., vol. 34, pp. 351-76, 2008.
- [4] H.F. Oztop, and K. Al-Salem, "A review on entropy generation in natural and mixed convection heat transfer for energy systems," Renew. Sustain. Energy Rev., vol.16 (1), pp. 911-920, 2011.
- [5] T.H. Ko, and C.P. Wu, "A numerical study on entropy generation induced by turbulent forced convection in curved rectangular ducts with various aspect ratios," International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 36, pp. 25-31, 2009.
- [6] M.H. Gazzah, and H. Belmabrouk, "Local entropy generation in co-flowing turbulent jets with variable density," International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow vol. 24 (8), pp.1679-1695, 2014.
- [7] M.H. Gazzah, and H. Belmabrouk, "Directed co-flow effects on local entropy generation in turbulent heated round jets," Computers & Fluids, vol 105, pp. 285-293, 2014.
- [8] S.V. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow," Hemisphere Publishing, Washington, D.C., 1980.
- [9] T. Djeridane, "Contribution à l'étude expérimentale de jets turbulents axisymétriques à densité variable," Thèse de Doctorat, Université d'Aix-Marseille II, 1994.
- [10] M.H. Gazzah, H. Belmabrouk, and M. Sassi, "Scalar transport modelling in turbulent round jets with co-flowing stream," International Journal of Thermal Sciences, vol. 44 (8), pp.766-773, 2005.