

# Effet des conditions opératoires sur l'évaporation en convection naturelle dans un canal

Olfa Mechergui<sup>1</sup>, Xavier Chesneau<sup>2</sup>, Ali Hatem Laatar<sup>3</sup>

*LETTM, Département de physique 7021 Jarzouna- Université de carthage  
Faculté des Sciences de Bizerte, 7021 Jarzouna Bizerte, Tunisie*

<sup>1</sup>olfaamechergui@gmail.com

<sup>3</sup>ahlaatar@gmail.com

*LAMPS, Université de Perpignan Via Domitia  
52 Avenue Paul Alduy, 66860 Perpignan, France*

<sup>2</sup>chesneau@univ-perp.fr

**Résumé**— Le refroidissement de parois à l'aide de films minces de liquide en mouvement ainsi que l'évaporation de ceux-ci posent de nombreux problèmes théoriques et présentent un grand intérêt pratique. Les films minces sont utilisés, notamment pour le refroidissement de parois très chaudes dans l'industrie nucléaire pour le refroidissement des turbines. Les autres applications concernent le refroidissement des composants électriques, la production d'eau douce...

Ce travail apporte une contribution à la compréhension des mécanismes des transferts combinés de chaleur et de masse en convection naturelle lors de l'évaporation d'un film liquide d'eau d'épaisseur négligeable dans un canal vertical où incliné. L'écoulement est laminaire et bidimensionnel. Les équations régissant le phénomène sont discrétisées à l'aide de la méthode des volumes finis et le traitement du couplage vitesse-pression est réalisé par la méthode de projection. L'influence sur les transferts de différents paramètres tels que la densité de flux de chaleur, la température et l'humidité de l'air à l'entrée ainsi que l'angle d'inclinaison du canal ont été étudiés. Les résultats sont présentés sous la forme de profils de vitesse, de concentration, de température et des nombres de Nusselt et de Sherwood.

**Mots clés** — Transferts de chaleur et de masse, canal vertical, convection naturelle, film liquide, évaporation.

## I. INTRODUCTION

Différentes études théoriques et expérimentales ont contribué à la compréhension des phénomènes de transferts couplés de chaleur et de masse. Benachour et al. [1] ont modélisé l'évaporation, en convection mixte, d'un film liquide s'écoulant sur la paroi interne d'un cylindre vertical dont la paroi est soumise à un flux de chaleur uniforme de densité constante. Ils ont montré notamment qu'une augmentation de la vitesse de l'air à l'entrée du tube améliore le transfert thermique entre la paroi, le mélange gazeux et le film liquide. Yan a étendu ses travaux au régime turbulent [2,3] en utilisant le modèle à bas nombre de Reynolds développé par Myong et al. [4,5]. Feddaoui et al. [6] ont étudié le refroidissement d'un film liquide turbulent dans un tube vertical isolé thermiquement. Dans ces études le gaz circule en co-courant avec le film en régime turbulent. Ils ont conclu qu'un meilleur refroidissement du film est obtenu pour un grand nombre de Reynolds, un faible débit du film liquide et une température

de film élevée. Oulaid et al. [7] ont étudié numériquement les effets des forces de flottabilité sur l'écoulement laminaire d'air dans un canal vertical. Ils ont montré que ces forces provoquent le renversement de l'écoulement près des parois à l'entrée du canal. Yan et al. [8,9] ont étudié l'évaporation en convection naturelle de l'eau et de l'éthanol séparément dans le cas d'un canal à parois isothermes, et l'évaporation en convection mixte dans un tube maintenu à une température ou à un flux constant. Ils ont aussi traité le refroidissement de paroi à l'aide d'un film d'éthanol dans un canal vertical. Ils ont montré que l'évaporation était plus importante dans le cas d'un liquide volatil et pour une température d'entrée de l'air faible. Ces résultats ont été confirmés par l'étude portant sur l'évaporation d'un film mince d'eau et d'hexane dans un canal vertical par Laaroussi et al. [10]. Ait Hammou et al. [11] ont étudié numériquement les effets simultanés des forces de flottabilité et du changement de phase sur les transferts de chaleur et de masse d'un écoulement forcé d'air laminaire descendant dans un canal vertical formé de deux plaques planes parallèles mouillées par un film d'eau liquide. Les principaux résultats obtenus par les auteurs montrent que l'effet des forces de flottabilité d'origine thermique et massique sur le nombre de Nusselt latent est faible. Les auteurs ont montré par ailleurs, que les profils de vitesse axiale, le coefficient de frottement, le nombre de Nusselt sensible et le nombre de Sherwood sont influencés de manière notable par les forces de flottabilité. Ils ont trouvé également que le coefficient de frottement et le nombre de Sherwood augmentent avec la température et l'humidité de l'air à l'entrée du canal. La plus part de ces travaux concernent la convection forcée pure où la convection mixte. A notre connaissance très peu de travaux ont été effectués concernant la convection naturelle pure.

Ce travail, apporte une contribution à la compréhension des mécanismes des transferts combinés de chaleur et de masse en convection naturelle lors de l'évaporation d'un film liquide d'eau d'épaisseur négligeable dans un canal vertical où incliné. Nous étudions, précisément, les influences de la densité de flux de chaleur, de la température et l'humidité de l'air à l'entrée du canal et celle de l'angle d'inclinaison sur les

évolutions de la température, de la concentration, de la vitesse et des nombres de Nusselt et de Sherwood.

## II. FORMULATION DU PROBLÈME

Le problème physique étudié est un canal vertical bidimensionnel de longueur L et de largeur b formé de deux plaques planes parallèles (figure 1). L'une des plaques est mouillée par un film liquide d'eau et soumise à une densité de flux de chaleur uniforme et l'autre plaque est adiabatique. Le canal est traversé par un écoulement d'air humide en régime permanent. L'épaisseur du film liquide est négligeable. La dissipation visqueuse d'énergie, le rayonnement, Le transfert d'énergie par inter-diffusion des espèces, ainsi que les effets Dufour et Soret sont considérés négligeables. L'approximation de Boussinesq est adoptée.

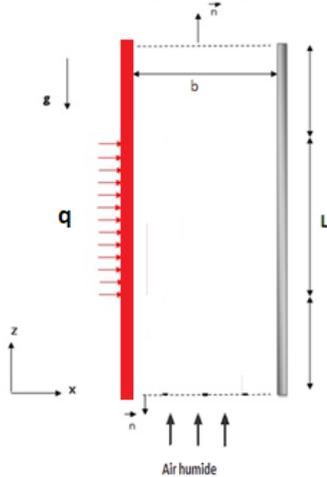


Fig. 1 Configuration géométrique étudiée

### A. Equations

En tenant compte de ces hypothèses simplificatrices, les transferts couplés de chaleur et de masse en convection naturelle laminaire dans un canal vertical où incliné sont décrits par les équations adimensionnelles suivantes :

- Équation de continuité

$$\frac{\partial U^*}{\partial X^*} + \frac{\partial W^*}{\partial Z^*} = 0$$

- Équations de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial U^*}{\partial \tau^*} + U^* \frac{\partial U^*}{\partial X^*} + W^* \frac{\partial U^*}{\partial Z^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial X^*} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 U^*}{\partial X^{*2}} + \frac{\partial^2 U^*}{\partial Z^{*2}} \right)$$

$$+ \cos(\varphi) \text{Pr}^2 (Gr_T T^* + Gr_M C^*)$$

$$\frac{\partial W^*}{\partial \tau^*} + U^* \frac{\partial W^*}{\partial X^*} + W^* \frac{\partial W^*}{\partial Z^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial Z^*} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 W^*}{\partial X^{*2}} + \frac{\partial^2 W^*}{\partial Z^{*2}} \right)$$

$$+ \sin(\varphi) \text{Pr}^2 (Gr_T T^* + Gr_M C^*)$$

- Équation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial T^*}{\partial \tau^*} + U^* \frac{\partial T^*}{\partial X^*} + W^* \frac{\partial T^*}{\partial Z^*} = \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial X^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial Z^{*2}} \right)$$

- Équation de diffusion de la vapeur

$$\frac{\partial C^*}{\partial \tau^*} + U^* \frac{\partial C^*}{\partial X^*} + W^* \frac{\partial C^*}{\partial Z^*} = \frac{\text{Pr}}{Sc} \left( \frac{\partial^2 C^*}{\partial X^{*2}} + \frac{\partial^2 C^*}{\partial Z^{*2}} \right)$$

### B. Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont les conditions imposées sur les parois, à l'entrée et à la sortie du canal. Ces conditions sont données sous leurs formes adimensionnelles telles que :

- A l'entrée et à la sortie du canal :

$$\text{Si } w < 0 : \frac{\partial W^*}{\partial Z^*} = \frac{\partial U^*}{\partial Z^*} = \frac{\partial T^*}{\partial Z^*} = \frac{\partial C^*}{\partial Z^*} = P^* = 0$$

$$\text{Si } w > 0 : \frac{\partial W^*}{\partial Z^*} = U^* = T^* = C^* = 0 ; P^* = -0.5 \left( \frac{1}{\Delta} \int W^* dX^* \right)$$

- Sur les parois du canal

$$-\frac{\partial T^*}{\partial Z^*} + \rho L_v V_e^* V_{réf} = 1 ; C^* = \frac{(\omega - \omega_{in})}{(qb / L_v D \rho)} ; W^* = 0 ; U^* = \pm V_e^*$$

Avec  $V_e$  : La vitesse d'évaporation de l'eau estimée par Lee et al. (1977). Cette vitesse a été déduite en régime permanent avec une faible variation de l'épaisseur du film liquide le long de la plaque.

$$V_e^* = -\frac{\text{Pr}(qb / L_v D \rho) \frac{\partial C^*}{\partial Z^*}}{Sc(1 - \omega_p)}$$

### C. Nombres adimensionnelles caractérisant le problème

Dans les équations adimensionnelles interviennent les nombres adimensionnels suivants :

- Nombre de Grashof thermique

$$Gr_T = \frac{g \beta_T (\Delta \theta)_0 (b_{réf})^3}{\nu^2} ; (\Delta \theta)_0 = (qb / \lambda)$$

- Nombre de Grashof massique

$$Gr_M = \frac{g \beta_M (\Delta C)_0 (b_{réf})^3}{\nu^2} ; (\Delta C)_0 = (qb / L_v D \rho)$$

- Nombres de Prandlt et de Schmidt

$$\text{Pr} = \frac{c_p \nu \rho}{\lambda} ; Sc = \frac{\nu}{D}$$

L'expression de la concentration de vapeur à la paroi est donnée par Yan et Soong, 1995 :

$$\omega = M_v P_{sat}(T) / M_a (P - P_{sat}(T)) + M_v P_{sat}(T)$$

La pression de vapeur saturante à la température T est donnée par la relation suivante :

$$\text{Log}_{10} P_{sat}(T) = 28.59051 - 8.2 \text{Log}_{10} T + 2.4804 * 10^{-3} T - 3142.32 / T$$

- Nombres de Nusselt sensible et latent

$$Nu_s = -\frac{1}{(T_p^* - T_m^*)} \frac{\partial T^*}{\partial X^*}$$

$$Nu_L = -\frac{D \rho L_v (\Delta C)_0}{qb} \frac{1}{(1 - \omega_p)(T_p^* - T_m^*)} \frac{\partial C^*}{\partial X^*}$$

- Nombre de Sherwood

$$Sh = -\frac{1}{(\omega_p^* - \omega_m^*)} \frac{\partial C^*}{\partial X^*}$$

## III. RÉOLUTION NUMÉRIQUE

Les équations de Navier Stokes sont discrétisées dans l'espace par la méthode des volumes finis décrite par Patankar et Spalding [12]. Son principe consiste à fractionner le domaine physique en un nombre de volumes, dits volumes finis, ensuite d'intégrer les équations de conservation dans chaque volume. La résolution numérique des équations de Navier-Stokes pose le problème du traitement du couplage

pression-vitesse. Dans notre code de calcul, le traitement du couplage pression-vitesse est réalisé par la méthode de projection développée par Chorin [13]. Cette méthode permet de découpler les approximations de la vitesse et de la pression à chaque pas de temps, évitant ainsi les difficultés inhérentes à la résolution du problème de Stokes. L'idée générale étant qu'à chaque pas de temps, une équation de Stokes généralisée, difficile à inverser pratiquement, est remplacée par une séquence de deux sous problèmes, a priori, plus simple. Le premier sous problème est résolu par la méthode des directions alternées tandis que le deuxième est résolu par la méthode multigrilles linéaire. Un schéma temporel aux différences finies, d'ordre deux, de type Adams-Bashforth est utilisé pour l'avancement en temps, il consiste à traiter explicitement les termes convectifs (non linéaires) et implicitement les termes diffusifs dans les équations de Navier-Stokes, d'énergie et de diffusion de la vapeur.

**A. Maillage adopté**

Il est clair que lorsque le nombre de nœuds du maillage croît, nous obtenons un maillage fin susceptible de fournir une meilleure précision. Cependant un tel maillage est coûteux car le nombre d'itérations est plus élevé. Il est donc souhaitable de trouver un certain compromis entre la précision des résultats et le coût de calcul. Nous avons considéré un maillage non uniforme dans les deux directions avec une densité de nœuds plus grande dans les zones proches de l'entrée et des parois où les gradients de température et de concentration sont plus élevés.

Afin d'étudier la sensibilité nous avons considéré différents maillages (82\*322, 98\*370 et 130\*402). Les nombres de Nusselt obtenus le long du canal avec ces différents maillages sont reportés dans le tableau 1. On remarque que le nombre de nœuds n'a que très peu d'influence sur les nombres de Nusselt. En effet, les variations ne dépassent pas 5 %. Le maillage 82\*322 a été adopté pour la suite de ce travail.

TABLE 1  
 COMPARAISON DES VALEURS DU NOMBRE DE NUSSLETT LATENT POUR DIFFÉRENTS MAILLAGES

X	Nusselt latent		
	82*322	98*370	130*402
0.2	19.6304	20.2134	20.4311
5	4.7614	4.7533	4.7528
10	4.7247	4.7204	4.7175
30	3.8292	3.8195	3.8193
50	2.7936	2.7809	2.7766

**B. Validation du code de calcul**

La validation préalable du code de calcul par comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature est nécessaire pour évaluer sa précision et vérifier sa capacité à étudier ce type de problème. Afin de valider notre code de calcul, nous allons reprendre le problème de O. Oulaid et N. Galanis [7] relatif à un écoulement en convection mixte dans un canal vertical délimité par deux plaques planes parallèles, soumises à une température uniforme et mouillées par un film liquide d'eau

d'épaisseur négligeable. La figure 2 représente la variation du nombre de Nusselt latent le long de la plaque mouillée. En comparant les deux résultats, il est clair que les deux courbes sont presque identiques. Cependant, nous notons un écart pour la valeur du premier point à l'entrée du canal. Cet écart est raisonnable et s'explique par le fait que les maillages utilisés ne sont pas les mêmes. En effet notre maillage comporte plus de points et il est plus fin que celui utilisé par O. Oulaid et N. Galanis.

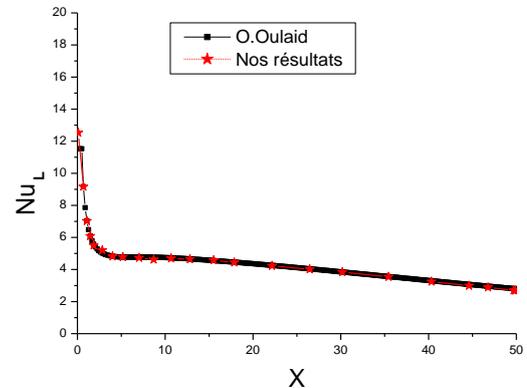


Fig. 2 Distribution du nombre de Nusselt latent le long de la plaque mouillée donnée par O.Oulaid et notre code de calcul

**IV. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS**

Les résultats présentés dans ce chapitre ont été obtenus pour un rapport de forme L/b=10.

**A. Effet de la densité du flux de chaleur**

Nous analysons l'influence de la densité du flux de chaleur imposé à la paroi du canal sur les profils de la température et de la fraction massique ainsi que sur les nombres de Nusselt sensible, latent et de Sherwood. Les calculs sont réalisés pour une température à l'entrée de 25°C et une humidité de 30%.

Les figures 3a et 3b représentent respectivement l'évolution de la température et de la fraction massique dimensionnelles pariétales. Pour une densité de flux de chaleur imposé, la température ainsi que la fraction massique augmentent continuellement de l'entrée à la sortie du canal.

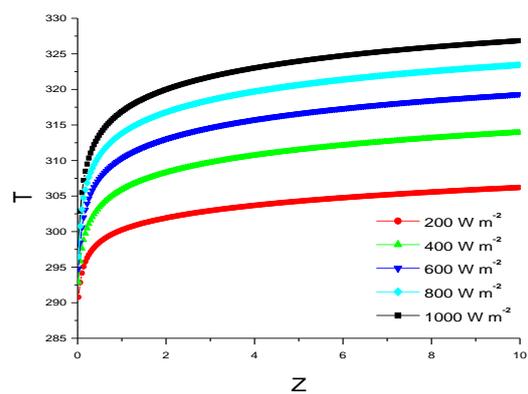


Fig. 3a Variation de la température pariétale en fonction de la densité du flux de chaleur

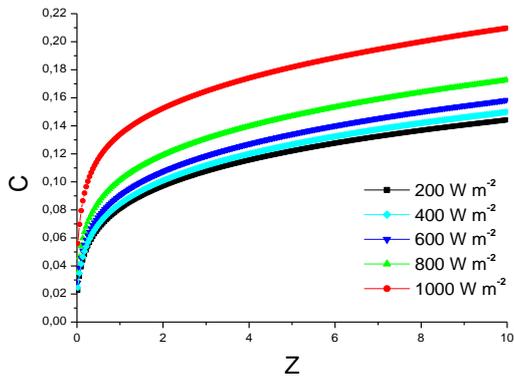


Fig. 3b Variation de la fraction massique pariétale en fonction de la densité du flux de chaleur

Les transferts par mode latent sont caractérisés par le nombre de Nusselt latent dont l'évolution le long du canal est représentée sur les figures 4 pour différentes valeurs de densité de flux de chaleur appliqué à la paroi. Le nombre de Nusselt est plus important à l'entrée du canal puisque le gradient de température entre la paroi et le fluide en son voisinage est le plus élevé et donc les transferts par mode latent sont plus élevés. Cependant, pour un faible flux (figure 4a) celui-ci n'est pas assez important pour l'évaporation et l'on observe un refroidissement de la paroi. Cela se traduit par une zone à l'entrée du canal où le nombre de Nusselt est négatif. En augmentant la densité de flux de chaleur imposé à la paroi, cette zone de refroidissement va diminuer jusqu'à disparaître (figure 4b). D'une manière générale, plus on augmente le flux de chaleur et plus les transferts sont importants ce qui se traduit par une valeur du nombre de Nusselt latent plus importante à la sortie du canal. En comparant les valeurs obtenues pour les nombres de Nusselt sensible (figure 4c) et latent, on remarque que le nombre de Nusselt latent est le plus important, ce qui signifie une prédominance du transfert par mode latent.

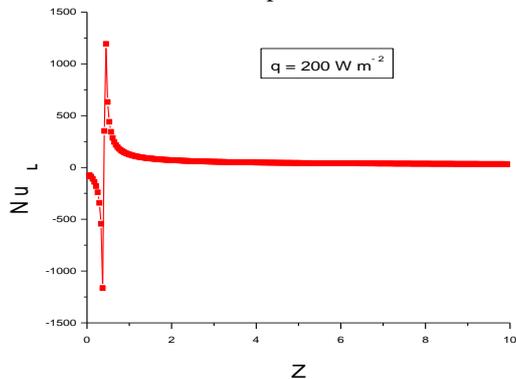


Fig. 4a Variation du nombre de Nusselt latent pour une densité du flux de chaleur  $q=200 \text{ W m}^{-2}$

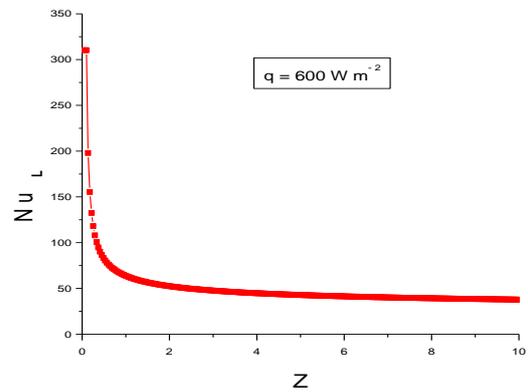


Fig. 4b Variation du nombre de Nusselt latent pour une densité du flux de chaleur  $q=600 \text{ W m}^{-2}$

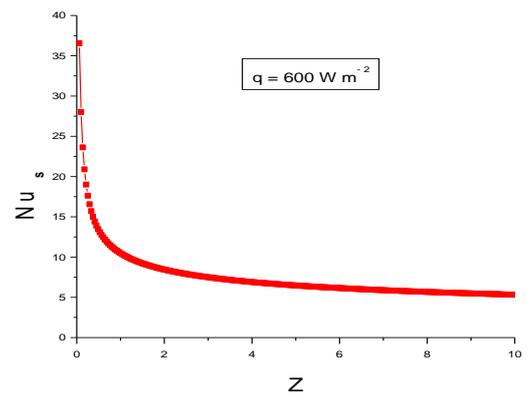


Fig. 4c Variation du nombre de Nusselt sensible pour une densité du flux de chaleur  $q=600 \text{ W m}^{-2}$

#### B. Effet de l'humidité de l'air à l'entrée du canal

Pour une densité de flux de chaleur imposé à la paroi de  $800 \text{ W m}^{-2}$  et pour une température à l'entrée de  $25^\circ\text{C}$ , nous avons représenté sur la figure 5a l'évolution du nombre de Nusselt latent le long de la paroi avec différentes valeurs de l'humidité à l'entrée du canal. Une augmentation de l'humidité relative engendre une diminution des transferts latents et donc une diminution du nombre de Nusselt latent surtout dans la zone d'entrée du canal où les gradients de concentration entre la paroi et le fluide au voisinage sont les plus importants. Cette diminution du transfert par mode latent s'accompagne d'une augmentation du transfert par mode sensible, comme l'on peut le voir sur la figure 5b où l'on a représenté l'évolution du nombre de Nusselt sensible pour une même valeur de densité de flux imposé à la paroi et pour différentes valeurs de l'humidité à l'entrée.

L'évolution de la vitesse d'évaporation en fonction de l'humidité relative de l'air à l'entrée est représentée sur la figure 6. Une augmentation de l'humidité relative de l'air engendre une diminution du gradient de concentration entre la paroi et le fluide au voisinage et donc une diminution de la vitesse d'évaporation.

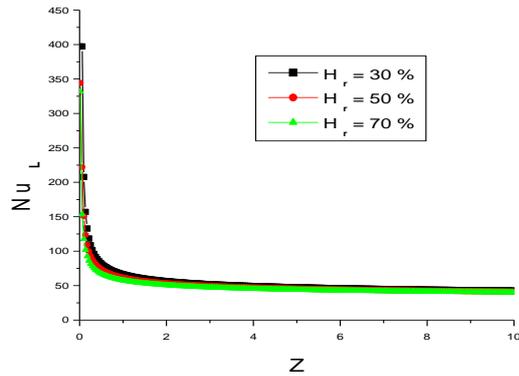


Fig. 5a Variation du nombre de Nusselt latent en fonction de l'humidité de l'air à l'entrée

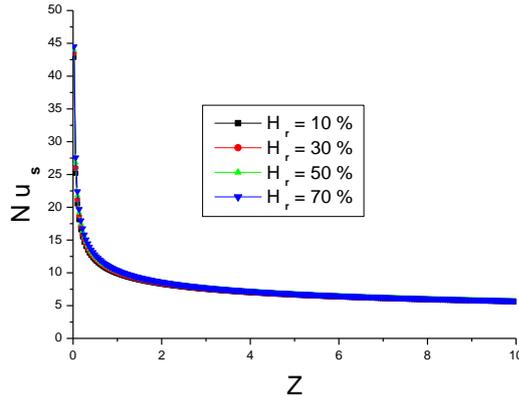


Fig. 5b Variation du nombre de Nusselt sensible en fonction de l'humidité de l'air à l'entrée

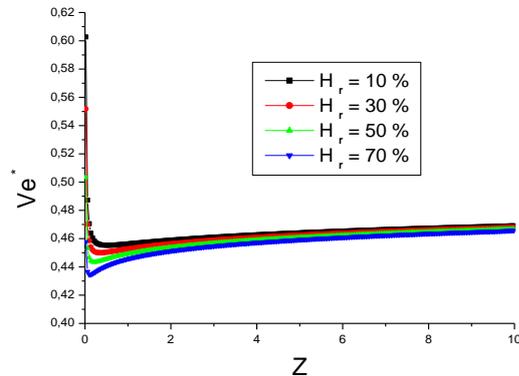


Fig. 6 Variation de la vitesse d'évaporation en fonction de l'humidité de l'air à l'entrée

### C. Effet de la température de l'air à l'entrée du canal

L'influence de la température d'entrée sur l'évolution de la température de paroi le long du canal est montrée sur la figure 7 pour une densité de flux de chaleur de  $800 \text{ Wm}^{-2}$  et une humidité relative de l'air à l'entrée du canal de 30%. Comme l'on pouvait s'y attendre une augmentation de la température d'entrée engendre une augmentation de la température à la paroi tout le long du canal. Cette augmentation de température à la paroi engendre également une augmentation de la fraction massique à la paroi puisque à la paroi la vapeur est considérée comme saturée.

La figure 8 représente l'évolution du nombre de Sherwood le long de la plaque chauffée pour différentes valeurs de la température d'air à l'entrée. Cette figure montre que l'augmentation de cette température s'accompagne d'une diminution du nombre de Sherwood, puisque la fraction massique à l'entrée du canal est plus importante.

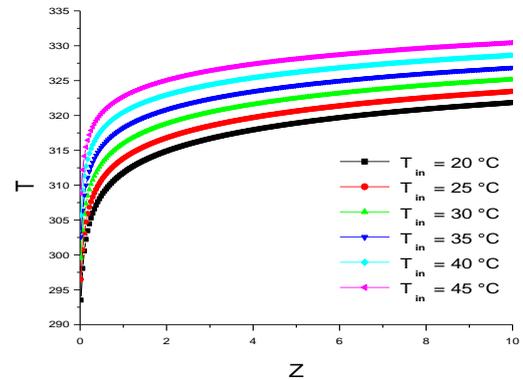


Fig. 7 Variation de la température pariétale en fonction de la température de l'air à l'entrée du canal

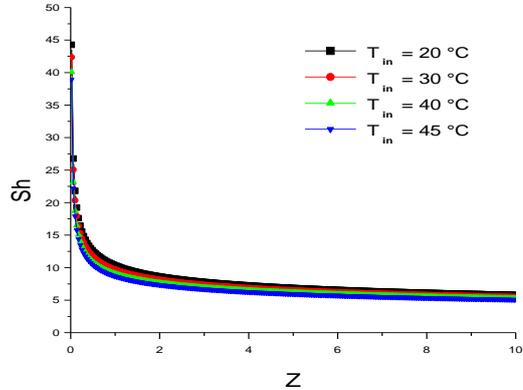


Fig. 8 Variation du nombre de Sherwood en fonction de la température de l'air à l'entrée du canal

### D. Effet de l'angle d'inclinaison du canal

Pour une densité de flux de chaleur de  $800 \text{ Wm}^{-2}$ , une température à l'entrée de  $25^\circ\text{C}$  et une humidité relative de 30%. L'influence de l'angle d'inclinaison sur les transferts thermiques et massiques a été étudiée en considérant cinq angles  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  et  $90^\circ$  (canal vertical).

Les nombres de Nusselt sensible et latent sont représentés respectivement sur les figures 9 et 10 le long du canal pour différents angles. Proche de l'entrée, le nombre de Nusselt sensible prend de grandes valeurs puisque les gradients de température sont élevés dans cette zone. Une diminution de l'angle d'inclinaison engendre une diminution du nombre de Nusselt. En effet, les forces de flottabilité sont les plus importantes dans le cas d'un canal vertical.

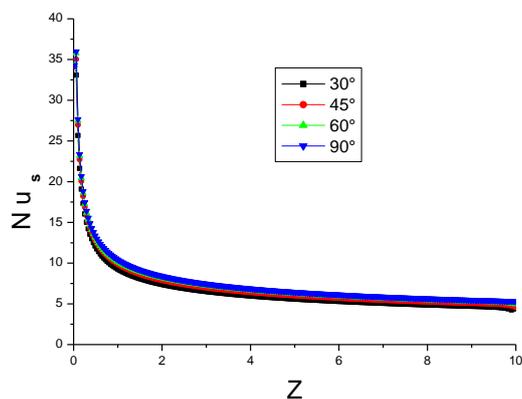


Fig. 9 Variation du nombre de Nusselt sensible pour différents angles d'inclinaison

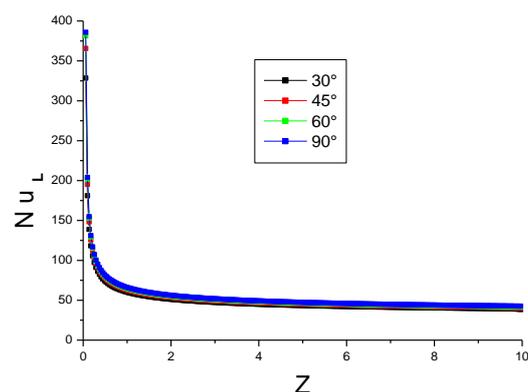


Fig. 10 Variation du nombre de Nusselt latent pour différents angles d'inclinaison

## V. CONCLUSIONS

Une étude numérique d'un écoulement en convection naturelle laminaire au sein d'un canal a été effectuée. Le canal est traversé par un écoulement ascendant d'air humide chaud en régime permanent. Nous avons déterminé les différents paramètres pouvant influencer les transferts combinés de chaleur et de masse tels que la densité de flux de chaleur appliqué à la paroi, l'humidité relative et la température de l'air à l'entrée ainsi que l'angle d'inclinaison lors de l'évaporation d'un film liquide d'épaisseur négligeable ruisselant sur la paroi interne d'un canal vertical constitué de deux plaques planes, parallèles. Le transfert de chaleur par mode latent est prédominant et l'augmentation de l'humidité relative de l'air ambiant engendre une décroissance du nombre de Nusselt latent à l'entrée qui a tendance à s'atténuer le long du canal. Nous avons montré notamment qu'une augmentation de la vitesse de l'air à l'entrée du canal (augmentation de la densité de flux de chaleur) améliore le transfert thermique entre la paroi et l'air. Une diminution de la température de l'air à l'entrée augmente le nombre de Nusselt sensible ainsi que le nombre de Sherwood. L'inclinaison du canal a également un effet sur les transferts de chaleur et de masse qui sont les plus importants dans le cas d'un canal vertical.

## REMERCIEMENT

Ce travail a été réalisé au sein du laboratoire de Mathématique et Physique LAMPS en collaboration avec le laboratoire d'Énergétique et des Transferts Thermiques et Massiques LEETM, au sein de l'équipe de Bizerte à la faculté des sciences de Bizerte dans le cadre d'une thèse en cotutelle entre L'Université de Perpignan Via Domitia en France et l'Université de Carthage en Tunisie.

## NOMENCLATURE

- $b$  : largeur du canal (m)
- $L$  : longueur du canal (m)
- $C_p$  : chaleur spécifique (J/KgK)
- $H_r$  : humidité relative (%)
- $q$  : densité de flux de chaleur appliqué à la paroi ( $W/m^2$ )
- $L_v$  : chaleur latente de vaporisation (J/Kg)
- $\omega$  : fraction massique de vapeur
- $\nu$  : viscosité cinématique ( $m^2/s$ )
- $\lambda$  : conductivité thermique (W/mK)
- $\rho$  : masse volumique ( $Kg/m^3$ )
- \* : variables adimensionnelles

## REFERENCES

- [1] Benachour K., El Armouzi M., A. Ali Chérif, A. Daïf, "Étude de l'évaporation et du transfert de chaleur en convection mixte d'un film liquide mince s'écoulant à l'intérieur d'un cylindre vertical dont la paroi est soumise à un flux de chaleur constant." *16ème Congrès Canadien de Mécanique Appliquée CANCAM'97* Québec Canada 1-5 Juin (1997), pp 429-430
- [2] Yan W.M. "Effects of film vaporization on turbulent mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel". *International Journal of Heat and Mass Transfer* (1995), Vol. 38, pp 713-722
- [3] Yan W.M. "Evaporative cooling of liquid film in turbulent mixed convection channel flows." *International Journal of Heat and Mass Transfer* (1998), Vol. 41, pp 3719-3729
- [4] Myong H.K., Kasagi N., Hira M. "Numerical prediction of turbulent pipe flow heat transfer for various Prandtl number fluids with the improved k- $\epsilon$  model." *JSME Int. J.* (1989), Vol. 32, pp 613-622
- [5] Myong H.K., Kasagi N. "A new approach to the improvement of k- $\epsilon$  turbulence model for wall bounded shear flow." *JSME Int. J.* (1990), Vol. 33, pp 63-72
- [6] M. Feddaoui, H. Meftah, A. Mir "The Numerical computation of the Evaporative cooling of falling water film in turbulent mixed convection inside a vertical tube". *Int. Comm. Heat Mass Transfer* 33, (2006) pp: 917-927.
- [7] O. Oulaid, B. Benhamou, B. Galanis, "Flow reversal in combined laminar mixed convection heat and mass transfer with phase change in a vertical channel." *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Volume 31, Pages 711-721, 2010.
- [8] W.M.Yan C.Song, "Numerical study of liquid film cooling in turbulent gas stream." *Int.J. Heat and mass Transfer*, Volume 36, Pages 3877-3885, 1993.
- [9] W. .M.Yan, "Turbulent mixed convection heat and mass transfer in a wetted channel." *Int. J. Heat Mass Transf*, Volume 117, pages 229-233.1995.
- [10] N.Laaroussi G.Lauriat G.Desrayaud, "Effects of variable density for film evaporation on laminar mixed convection in a vertical channel." *Int. J. Heat Mass Transf*, Volume 52, Pages 151-164, 2008
- [11] Ait Hammou Z., Benhamou B., Galanis N., Orfi J., "Laminar mixed convection of humid air in a vertical channel with evaporation or condensation at the wall." *Int. J. Thermal Sciences*, 2004, 43, 531-539.
- [12] Patankar Spalding, "A calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer." *Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences*. MC Graw Hill, 1976.
- [13] Chorin A. L. *Math, compute* .22, (1968).